DOI：10.13890/j.issn.1000-128X.2024.04.018

基于事件触发预测控制的高速列车轨迹跟踪

金文斌[1]，张佳辉[2]，姚柏伶[2]，孙鹏飞[2]，王青元[2]
（1.中车长春轨道客车股份有限公司，吉林 长春 130062；
2.西南交通大学 电气工程学院，四川 成都 610031）

摘　要：高速列车运行环境的开放性导致列车容易受到外部阻力的影响，而该阻力难以通过建模的形式进行描述，为此文章研究了以“安全、平稳、准点”为跟踪目标的列车模型预测跟踪控制策略。首先，搭建了高速列车带约束、多目标预测控制模型，计算系统的Tube不变集，对列车状态和控制力进行紧束；在此基础上，为降低在线求解最优控制问题的计算量，设计了动态事件触发Tube模型预测控制策略，仅在满足触发条件时求解最优控制序列；最后，基于上海市域列车实际线路开展仿真验证，结果表明文章提出的控制策略可在保证较好跟踪性能的同时，显著减小模型预测控制的触发次数，降低在线计算量。

关键词：高速列车；列车自动驾驶；轨迹跟踪；模型预测控制；事件触发控制

中图分类号：U292.91+4　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1000-128X(2024)04-0148-07

0　引言

高速列车在提高交通运输效率、推动经济发展和城市建设等方面发挥着重要作用，未来高速列车会朝着更高速、更安全、更环保等方向发展[1]，列车自动驾驶技术的出现与发展备受关注。列车自动驾驶系统是实施列车速度跟踪控制的子系统，对降低司机驾驶强度，提高列车安全、平稳、高效运行起着重要作用[2]。我国高速铁路网运行工况复杂，高速列车与线路耦合性较强，运行环境的复杂性会导致列车容易受到外部因素扰动，劣化自动驾驶控制的效果。另外，自动驾驶系统中的车载控制器出于安全冗余和被动散热能力的考虑，往往计算性能和计算资源受限，不适宜进行大规模、高频次的计算。因此，设计能实现高精度跟踪和运行平稳性并同时兼顾较低计算量的控制算法，对保证高速列车高效运行有一定意义。

在目前的工程实际中，应用最为广泛的列车控制器算法主要为PID算法，其结构简单、易于实现，但是控制参数适用性较差，应用于具体线路时需要反复调试，而且在跟踪过程中会频繁地切换控制力，降低列车运行平稳性[3-4]。为了优化PID控制器的控制效果和调试参数的过程，文献[5]将专家经验系统引入PID控制器的设计中，提高了列车的运行平稳性，并取得了不错的跟踪效果。自适应控制能够自动补偿列车模型、参数和阻力扰动的未知变化，文献[6]针对高速列车运行过程中的非线性和参数时变性，结合非线性未建模动态补偿模型设计了自适应跟踪控制算法。文献[7]通过引入参数自适应机制和扰动观测器，设计了城轨列车的终端滑模控制算法，提高了停车的精度、乘客的舒适性。但上述大部分控制方法没有考虑到足够的列车行车安全约束，列车速度跟踪问题是一个需要满足“安全、平稳、准点”等多目标，且同时满足系统硬约束的问题，因此需要进一步研究更适用于列车轨迹跟踪的控制方法。

模型预测控制（Model Predictive Control，MPC）作为处理硬控制约束系统的一种有效方法，在工业应用和理论研究方面都取得了较大范围的应用。文献[8]通过数据驱动的方式建立了高速列车的运动学模型，并引入广义MPC实现了高速列车的轨迹跟踪。然而，

基金项目：中国中车科研计划项目重点课题（2023CCB71）
通信作者：张佳辉，男，硕士，研究方向为列车运行优化控制；E-mail: zhangjiahui965@163.com
引用格式：金文斌, 张佳辉, 姚柏伶, 等. 基于事件触发预测控制的高速列车轨迹跟踪[J]. 机车电传动, 2024(4): 148-154.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2024.04.018.
Citation：JIN Wenbin, ZHANG Jiahui, YAO Bailing, et al. High-speed train trajectory tracking based on event-triggered predictive control[J]. Electric drive for locomotives,2024(4): 148-154.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2024.04.018.

高速列车运行环境的开放性导致其所受的外部阻力具有不确定性，这增加了对参考轨迹跟踪的难度，不做抗扰处理的普通 MPC 的跟踪精度将大打折扣[9]，并且无法保证此时受控系统的稳定性和迭代可行性。鲁棒 MPC 可以保证线性约束不确定系统的鲁棒稳定性，其中基于管状区域概念的模型预测控制（Tube Model Predictive Control，TMPC）由于具有较优的控制性能与较低的保守性，是鲁棒 MPC 的主要发展趋势。文献[10-11]将 TMPC 引入自动驾驶赛车，通过一个预定反馈控制律和椭球不变集来实现状态和输入的收紧，从而提高驾驶的鲁棒性。TMPC 可以保证系统在有界外部扰动下的稳定性，非常适合在开放环境且需满足“安全、平稳、准点”的多目标要求的高速列车跟踪控制问题。

由于传统的基于时间触发的 MPC 需要在每个采样时间在线求解最优控制问题，而求解频率过高会对计算设备提出较高的性能要求，不利于控制方法的具体实施[12]。事件触发控制则与传统时间触发控制方法有较大的区别，事件触发控制方式的采样更新是被动的，只有当特定事件发生后才会更新系统的控制输入[13]。文献[14]将事件触发的模型预测控制应用于自动驾驶汽车路径跟踪问题，在保证一定跟踪性能的同时，有效降低了触发间隔，减少了在线计算量，提高了控制算法的实时性与实用性。文献[15]针对高速列车群的领航跟随问题，提出了鲁棒事件触发模型预测控制策略，通过与时间触发方式控制方法进行对比仿真，在实现相近跟踪性能的同时减小了通信与计算资源的消耗。因此，本文将引入事件触发机制，设计一种高速列车事件触发 Tube MPC 轨迹跟踪控制算法。

本文针对高速列车在复杂线路条件下自动驾驶控制的特点，结合列车运行多目标需要，设计了考虑列车的高精度跟踪、运行平稳性和低计算量的动态事件触发 Tube MPC（Dynamic Event-Triggered Tube Model Predictive Control，DETMPC）算法。该算法能在保证高速列车较高跟踪控制性能的同时，降低 MPC 最优控制序列的求解更新频次和对车载安全计算机资源的占用，提高了工程应用可行性。

1　模型建立及问题描述

1.1　列车运动学模型

高速列车在运行过程中会受到线路附加阻力和基本阻力作用，通过调整列车牵引力和制动力控制列车按照参考速度运行。为了更加准确地计算线路附加阻力，引入列车均质棒模型，将列车视作均匀棒体，列车质量沿列车长度均匀分布，避免单质点模型下的附加阻力跳变的现象，更贴近实际列车运行过程的受力情况。列车运动学方程如下所示：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}&=\frac{F_{\mathrm{t}}(v)-F_{\mathrm{b}}(v)-R(s,v)}{m(1+\gamma)}\\ \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}&=v\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中：m为列车总质量，由载荷质量和列车自身质量组成，t；γ为列车回转质量系数；v为列车的速度，m/s；s为列车的位移，m；$F_{\mathrm{t}}(v)$为列车的牵引力，kN；$F_{\mathrm{b}}(v)$为列车的制动力，kN；$R(s,v)$为列车的运行阻力，kN。

列车的运行阻力由基本阻力和线路附加阻力 2 部分组成，具体为

$$R(s,v)=R_0+R_{\mathrm{j}}=\frac{(r_0+r_{\mathrm{j}})mg}{10^3}\tag{2}$$

式中：R_0为列车基本阻力，kN；R_{j}为线路附加阻力，kN；g为重力加速度常数，9.8 m/s^2；r_0为单位基本阻力，N/kN；r_{j}为单位线路附加阻力，N/kN。

基本阻力由机械阻力和气动阻力 2 部分组成，机械阻力与速度成正比，而气动阻力与速度的平方成正比，具体为

$$r_0=c_0+c_1v+c_2v^2\tag{3}$$

式中：c_0、c_1和c_2为基本阻力系数。

线路附加阻力由坡道阻力、曲线阻力、隧道阻力组成，具体为

$$r_{\mathrm{j}}=\left[\sum\left(r_{\mathrm{g}}(j)\cdot l_{\mathrm{g}}(j)\right)+\sum\left(r_{\mathrm{c}}(j)\cdot l_{\mathrm{c}}(j)\right)+\sum\left(r_{\mathrm{t}}(j)\cdot l_{\mathrm{t}}(j)\right)\right]/l\tag{4}$$

式中：l为列车长度，km；$r_{\mathrm{g}}(j)$、$r_{\mathrm{c}}(j)$和$r_{\mathrm{t}}(j)$分别为列车运行所覆盖的第j个坡道、曲线、隧道的单位附加阻力，N/kN；$l_{\mathrm{g}}(j)$、$l_{\mathrm{c}}(j)$和$l_{\mathrm{t}}(j)$分别为列车运行所覆盖的第j个坡道、曲线、隧道的长度，km。

1.2　列车预测控制模型

综合式(1)~式(4)，得到离散化的高速列车的系统状态空间方程为

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{C}\tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{x}(k)$为控制系统的状态变量，表示高速列车的速度与位置状态，$\boldsymbol{x}(k)=\left[v(k)\quad s(k)\right]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{u}(k)$为控制系统输入，表示列车的牵引制动力大小，$\boldsymbol{u}(k)=[F_{\mathrm{t}}(v(k))-F_{\mathrm{b}}(v(k))]$；$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$和$\boldsymbol{C}$为相关系数矩阵。

其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1-\dfrac{gc_1T}{1000(1+\gamma)} & 0\\ T-\dfrac{gc_1T^2}{2000(1+\gamma)} & 1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\dfrac{T}{m(1+\gamma)}\\ \dfrac{T^2}{2m(1+\gamma)}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}-\dfrac{gTc_0+gTr_{\mathrm{j}}}{1000(1+\gamma)}\\ -\dfrac{gT^2c_0+gT^2r_{\mathrm{j}}}{2000(1+\gamma)}\end{bmatrix}$$

式中：T为采样周期。

基于高速列车的离散状态空间方程，考虑高速列车高精度追踪和运行平稳性的目标，建立二次型最优控制问题方程，其方程如下：

$$J(k)=\min\sum_{i=0}^{N_p-1}\left(\left\|\boldsymbol{x}(k+i|k)-\boldsymbol{x}_r(k+i)\right\|_{\boldsymbol{Q}}^2+\left\|\Delta\boldsymbol{u}(k+i|k)\right\|_{\boldsymbol{R}}^2\right)+\left\|\boldsymbol{x}(k+N_p|k)-\boldsymbol{x}_r(k+N_p)\right\|_{\boldsymbol{P}}^2 \tag{6}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+i|k)\in\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{u}(k+i|k)\in\boldsymbol{U}\\ \left|\boldsymbol{u}(k+i+1|k)-\boldsymbol{u}(k+i|k)\right|\leqslant\Delta u_{\max}\\ \boldsymbol{x}(k+N_p|k)\in\boldsymbol{X}_f\end{cases} \tag{7}$$

式中：$J(k)$为优化控制问题的价值函数；N_p为预测时域；i为预测时域内的动态步数；$\boldsymbol{x}(k+i|k)$和$\boldsymbol{x}_r(k+i)$分别为$k+i$时刻列车状态的预测状态与参考状态；$\boldsymbol{u}(k+i|k)$和$\Delta u(k+i|k)$分别为k时刻列车的控制力与控制力变化量，$\Delta u(k+i|k)=u(k+i|k)-u(k+i-1|k)$；$\boldsymbol{X}$为列车自动保护系统（Automatic Train Protection，ATP）允许下的列车速度和位置的状态集合；$\boldsymbol{U}$为列车性能允许下的列车控制力集合；$\Delta u_{\max}$为列车控制力的最大变化率；$\boldsymbol{X}_f$为列车运行状态的终端约束集。

式(6)中的$\left\|\boldsymbol{x}(k+i|k)-\boldsymbol{x}_r(k+i)\right\|^2$、$\left\|\boldsymbol{x}(k+N_p|k)-\boldsymbol{x}_r(k+N_p)\right\|^2$和$\left\|\Delta\boldsymbol{u}(k+i|k)\right\|^2$分别为列车跟踪误差项、终端代价项和运行平稳项的欧几里得范数；$\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{R}$和$\boldsymbol{P}$分别为跟踪误差项、运行平稳项和终端代价项的权重系数矩阵，其中$\boldsymbol{Q}=\text{diag}(q_v,q_x,q_v,q_x,\cdots,q_v,q_x)_{N_p}$，它由速度权重和位置权重共同组成。

2 低计算量的轨迹跟踪鲁棒控制

2.1 Tube MPC控制器设计

由于列车运行在开放环境中，受到来自线路的附加阻力存在不确定性，并且基本运行阻力也并不是固定不变的，而是会随着环境和列车运行状态变化而发生改变。这些干扰阻力可能为正，也可能为负，会在阻力计算的名义值附近波动。另外，由于列车存在限制速度，因此可以认为这些阻力干扰也是存在限值的。结合Tube MPC的方法，将上述外部干扰所造成的影响转化为误差状态Tube集，开展高速列车Tube MPC控制器的设计，其原理如图1所示。

列车名义运行状态是指列车在最优控制力下不受干扰得到的运行状态，而列车实际运行状态是指列车在受到外部扰动的影响下其状态在不断发生波动，但

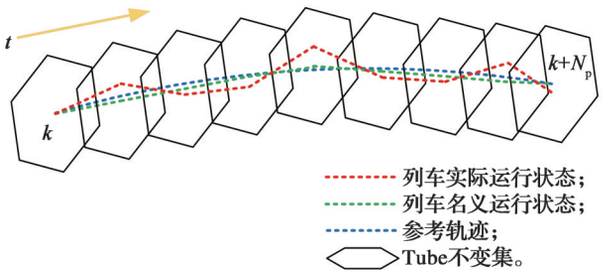


图1 TMPC控制器过程示意

Fig. 1 Process schematic of TMPC controller

是始终不会超出以名义状态为中心的Tube不变集的边界。因此，在名义状态以参考曲线为原点的追踪过程中，实际状态始终被限制在名义状态轨迹的Tube不变集周围，从而实现列车实际系统的稳定控制。考虑在式(5)基础上增加有界阻力扰动项$\boldsymbol{w}(k)$，得到高速列车实际系统状态空间方程为

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{w}(k)+\boldsymbol{C} \tag{8}$$

同时，将无不确定性的名义系统定义为

$$\bar{\boldsymbol{x}}(k+1)=\boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{x}}(k)+\boldsymbol{B}\bar{\boldsymbol{u}}(k) \tag{9}$$

TMPC的控制目标为实际系统与名义系统之间的状态误差，并使名义系统的运行状态轨迹逼近列车参考曲线状态。为此，设计如下反馈控制方法：

$$\boldsymbol{u}(k)=\bar{\boldsymbol{u}}(k)+K\left[\boldsymbol{x}(k)-\bar{\boldsymbol{x}}(k)\right] \tag{10}$$

式中：K为闭环反馈增益，需要保证状态转移矩阵$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}K$为Hurwitz稳定矩阵。

本文利用N步可达集的方法来计算控制系统的Tube不变集，每一预测步长下的Tube不变集边界大小不同，可以获得紧束程度更小的运行状态容许集，在保证实现系统稳定性的同时，保守性相对较低[16]。N步可达集的方法基础是来自于一步可达集，一步可达集定义如下：

$$Z(\Omega)\triangleq\left\{\boldsymbol{x}(k+1)\in X\mid\ \exists\boldsymbol{u}(k)\in U,\exists\boldsymbol{x}(k)\in\Omega\right\} \tag{11}$$

式中：$Z(\Omega)$为系统的一步可达集，表示在满足状态约束与控制输入约束的情况下，对于任意给定状态$\boldsymbol{x}(k)\in\Omega$，在输入作用下，下一时刻系统状态所能到达的集合。

N步可达集是在每一采样时刻，将式(11)的一步可达集在预测时域内向前演化得到的，计算如下：

$$Z_{k+i+1}\triangleq(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}K)Z_{k+i}\oplus W,\quad i=0,1,\cdots,N_p-1 \tag{12}$$

根据N步可达集方法得到Tube不变集，并以此对名义系统的状态容许集和控制输入容许集进行紧束，结果分别如式(13)和式(14)所示。

$$\bar{X}_{k+i}=X\ominus Z_{k+i},\quad i=0,1,\cdots,N_p-1 \tag{13}$$

$$\bar{U}_{k+i}=U\ominus KZ_{k+i},i=0,1,\cdots,N_p-1 \tag{14}$$

经过上述的分析与计算，将前文中未考虑外部阻力扰动的MPC轨迹跟踪策略转化为TMPC高速列车轨迹跟踪问题，具体如下：

$$J(k)=\min\sum_{i=0}^{N_p-1}\left(\left\|\bar{\boldsymbol{x}}(k+i|k)-\boldsymbol{x}_r(k+i)\right\|_{\boldsymbol{Q}}^2+\left\|\Delta\boldsymbol{u}(k+i|k)\right\|_{\boldsymbol{R}}^2\right)+\left\|\bar{\boldsymbol{x}}(k+N_p|k)-\boldsymbol{x}_r(k+N_p)\right\|_{\boldsymbol{P}}^2 \tag{15}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\bar{\boldsymbol{x}}(k+i|k)\in\bar{\boldsymbol{X}}_{k+i}=X\ominus Z_{k+i}\\ \bar{\boldsymbol{u}}(k+i|k)\in\bar{\boldsymbol{U}}_{k+i}=U\ominus KZ_{k+i}\\ \left|\boldsymbol{u}(k+i+1|k)-\boldsymbol{u}(k+i|k)\right|\leqslant\Delta u_{\max}\\ \bar{\boldsymbol{x}}(k+N_p|k)\in\bar{X}_f\end{cases} \tag{16}$$

通过求解代价函数得到列车名义系统的控制输入序列，其控制输入序列为

$$\bar{\boldsymbol{U}}(k)=\left[\bar{u}(k|k),\bar{u}(k+1|k),\cdots,\bar{u}(k+N_p-1|k)\right]^T \tag{17}$$

取序列的第一项控制力 $\bar{u}(k|k)$ 并结合闭环反馈增益 K 即可得到当前时刻列车实际系统的控制力输入，其值为

$$u(k|k)=\bar{u}(k|k)+K\left[\boldsymbol{x}(k|k)-\bar{\boldsymbol{x}}(k|k)\right] \tag{18}$$

2.2　动态事件触发 Tube MPC 控制器

本文设计了一种动态事件触发机制，当触发条件通过引入自适应预测时域后，触发的门槛会随预测时域减小而提高，相比于传统事件触发机制，可进一步提高计算效率。

2.2.1　自适应预测时域

定义自适应预测时域的最大值为 $N_{\max}$，在任意一个事件触发时刻 k_e，列车系统的运行状态序列和输入序列都被划分为 2 部分，其中前 $N(k_e)$ 个元素可通过求解式(15)得到，而剩下的元素则是根据上一触发时刻构造的可行解组成。令列车控制系统在 k 时刻的最优控制策略为 $\bar{\boldsymbol{U}}^*(k_0)=\left[\bar{u}^*(k_0|k_0),\bar{u}^*(k_0+1|k_0),\cdots,\bar{u}^*(k_0+N_p-1|k_0)\right]^T$，那么可行控制序列为

$$\hat{U}(k_e)=\begin{cases}\bar{u}^*(k_e+i+1|k_e+1)+K(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BK})\boldsymbol{w}(k_0), & \forall i=0,1,\cdots,N_p-1\\ \bar{u}^*(k_0)+K\left[\bar{\boldsymbol{x}}^*(k_e+i|k_e)-\boldsymbol{x}_r(k_e+i)\right], & i=N_p\end{cases} \tag{19}$$

$N(k_e)$ 可通过下式计算：

$$N(k_e)=\max\left\{N^*(k_{e-1})-\Delta(k_{e-1})+1,0\right\} \tag{20}$$

在式(20)中，$N^*(k_{e-1})$ 可根据预测状态首次进入 $\bar{X}_f$ 所需的预测步数确定，即

$$\left.\begin{aligned}&\bar{\boldsymbol{x}}^*(k_{e-1}+i|k_{e-1})\notin\bar{X}_f, \quad \forall i=0,\cdots,N^*(k_{e-1})-1\\ &\bar{\boldsymbol{x}}^*(k_{e-1}+i|k_{e-1})\in\bar{X}_f, \quad i=N^*(k_{e-1})\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

为了更清晰地描述上述预测时域之间的关系，通过图示的方法进行示意，如图 2 所示。由图 2 可知，只需要定义初始预测时域后，其余时刻的预测时域都能够通过上述方法计算得到。

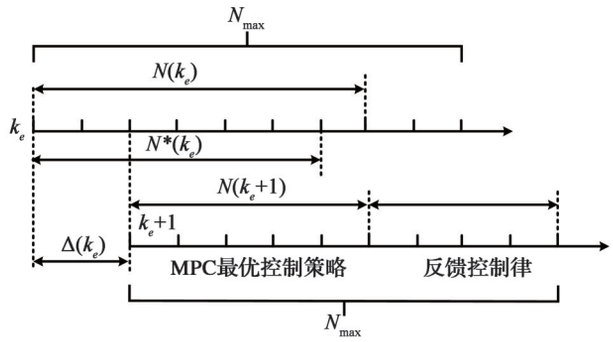


图 2　各预测时域关系

Fig. 2　Relationship of predictive horizons

2.2.2　动态触发条件

关于本文设计的基于系统状态误差的动态触发条件，其思路是在固定的采样周期对系统的预测状态 $\hat{\boldsymbol{x}}(k)$ 与传感器测量得到的真实状态 $\boldsymbol{x}(k)$ 之间的误差是否达到设定的阈值，从而判断是否向 TMPC 传递数据。动态事件触发条件设置如下：

$$\left\|\boldsymbol{x}\left(k|k_e\right)-\hat{\boldsymbol{x}}\left(k|k_e\right)\right\|\geqslant\left(\left\|\bar{X}_f\right\|_{\sup}-\left\|\Omega\right\|_{\sup}\right)L_x^{-N^*(k_e)-1}-\frac{\left\|\boldsymbol{w}\right\|_{\sup}}{L_x} \tag{22}$$

$$k-k_i\geqslant N_{\max} \tag{23}$$

式中：L_x 为系统的 Lipschitz 常数；$\left\|\bar{X}_f\right\|_{\sup}$、$\left\|\Omega\right\|_{\sup}$ 和 $\left\|\boldsymbol{w}\right\|_{\sup}$ 分别为对应项的上界，$\Omega\subset\bar{X}_f$，并对任意 $\boldsymbol{x}(k)\in\bar{X}_T$ 都有 $\boldsymbol{Ax}(k)+\boldsymbol{Bu}(k)\in\Omega$ 的紧集，且满足关系 $\left\|\Omega\right\|_{\sup}<\left\|\bar{X}_f\right\|_{\sup}$。

动态触发条件式(22)满足 MPC 迭代可行性和闭环稳定性[17]要求，而式(23)则用于避免较长时间不触发而导致控制器性能恶化的情况。

DETMPC 轨迹跟踪控制算法的流程如下：①在触发时刻 k_e 对式(15)进行 1 次求解，得到最优列车运行状态序列 $\bar{\boldsymbol{X}}^*(k_e)$ 与控制序列 $\bar{U}^*(k_e)$。②在下一时刻，首先判断是否满足触发条件：若满足触发条件，则对预测时域 $N(k_e)$ 进行更新，驱动 TMPC 控制器对式(15)进行求解，得到新的运行状态与控制序列，并且更新系统的触发时刻 $k=k_e$；若不满足触发条件，则需要利用上一时刻构造的可行解作用于列车，依此递推。为了对本文所设计的动态事件触发 TMPC 控制器所节省的计算资源进行评估，利用式(24)进行量化。

$$\eta=1-\frac{T_e}{T_t} \tag{24}$$

式中：T_t 为传统时间触发机制下 TMPC 控制器的触发次数；T_e 为事件触发机制的 TMPC 控制器的触发次数。

3　仿真验证

为验证本文控制算法的有效性，在 MATLAB 仿真环境下开展控制器参数影响分析与控制器性能分析。

设置采样周期为1 s，最大预测时域为15，外部扰动设为不超过0.1 m/s^{2}的全程随机加速度干扰，即$|\boldsymbol{w}| \leqslant [0.1, 0.05]^{\mathrm{T}}$。定义不同仿真案例用于比较不同控制参数和权重对TMPC控制性能的影响，设置的控制器参数案例如表1所示，各控制器参数的仿真结果如图3所示。

表1 控制器参数设置案例

Table 1 Case of controller parameter setting

参数案例	预测时域	速度权重	位置权重	平稳性权重
案例一	10	10	1.0	0.01
案例二	10	1	0.1	0.01
案例三	5	10	1.0	0.01

由图3可知，3种案例中的TMPC控制器对参考曲线的追踪都较为贴近，但在随机加速度扰动的作用下，列车的牵引力/制动力输出不再平滑，而是呈现较明显的抖动；从速度误差和位置误差曲线来看，案例二和案例三在位置1 505 km左右出现了较大的速度和位置误差波动。对计算结果进行进一步统计，得到具体指标如表2所示。

表2 各案例性能指标

Table 2 Performance indicators for each case

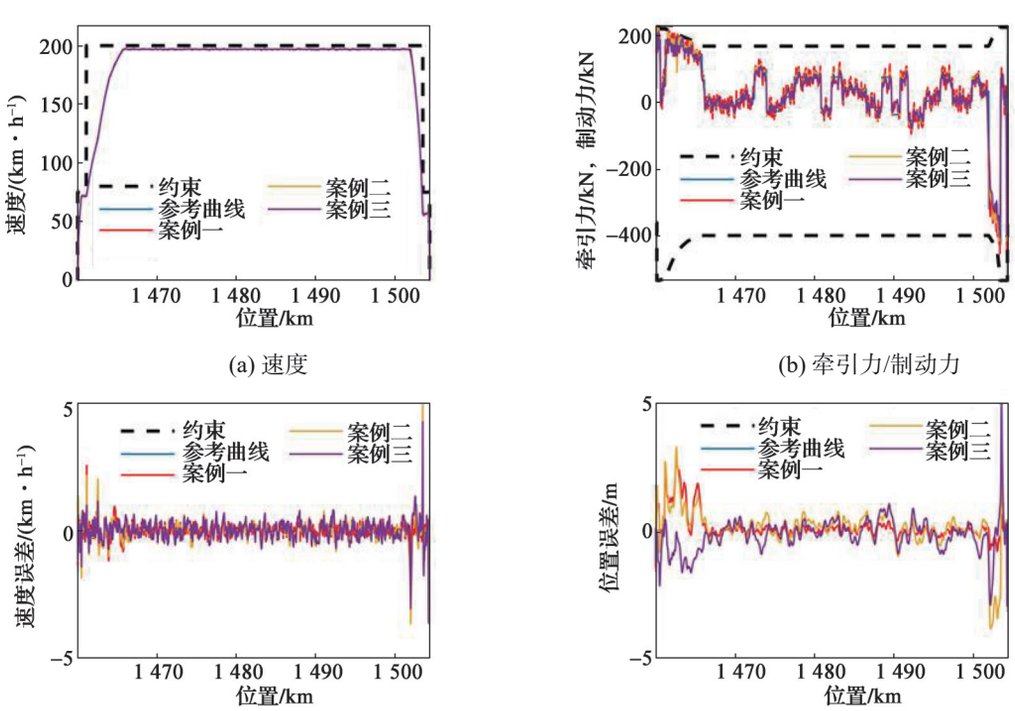
评价指标	案例一	案例二	案例三
速度误差方均根值/(km·h^{-1})	0.338	0.487	0.461
位置误差方均根值/m	0.621	0.935	0.812
加速度变化率方均根值/(m·s^{-3})	0.121	0.101	0.128

对比案例一和案例二，在速度和位置跟踪权重降低后，速度误差方均根值从0.338 km/h增加至0.487 km/h，位置误差方均根值由0.621 m增加至0.935 m，对参加曲线的跟踪精度有所降低，但随着平稳性权重的占比增大，案例二的加速度变化率方均根值得以降低，由0.121 m/s^{3}降低至0.101 m/s^3，运行过程的平稳性得以提升；在案例三中，在将预测时域减半之后，较短的预测范围使系统无法准确预测模型的动态变化，列车的追踪精度和平稳性均下降，控制性能恶化；3种案例的加速度变化率均满足列车运行平稳性的要求。为了尽可能高地提升追踪精度，本文选用案例一中的配置对控制参数进行设置，并进行后续仿真。

在后续的研究中基于上海市域线路中的“七宝站—华泾站”的线路条件，开展对TMPC和DETMPC控制器的适用性分析，其中列车跟踪的参考曲线采用文献[18]中的节能速度曲线，仿真得到的仿真结果如图4和图5所示。

由图5可知，TMPC与DETMPC仿真计算得到的速度曲线与参考曲线都较为贴合，为对抗扰动牵引力/制动力都出现了抖振，但是加速度变化率的峰值比参考曲线的峰值更低，因此列车的运行平稳性都得到了保障；采用DETMPC控制器的速度和位置误差在13 km处出现了一个较大的波动，整体跟踪效果较好。对计算结果进行进一步统计，得到如表3所示的数据。

由表3可知，在跟踪误差方面，DETMPC比TMPC有所增大，速度误差方均根值由0.351 km/h提升至0.498 km/h，位置误差方均根值由0.622 m提升至0.717 m，但是DETMPC的加速度变化率和触发次数都实现

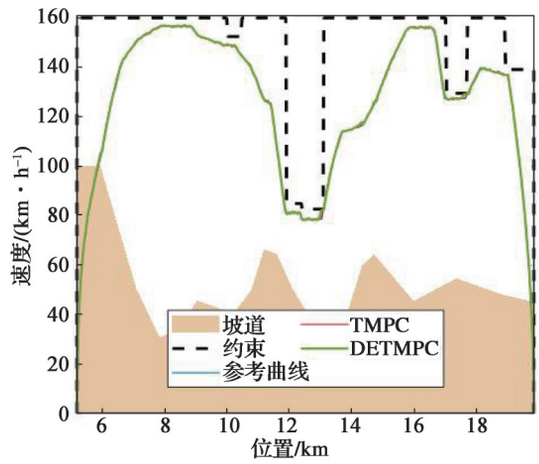


(a) 速度 (b) 牵引力/制动力

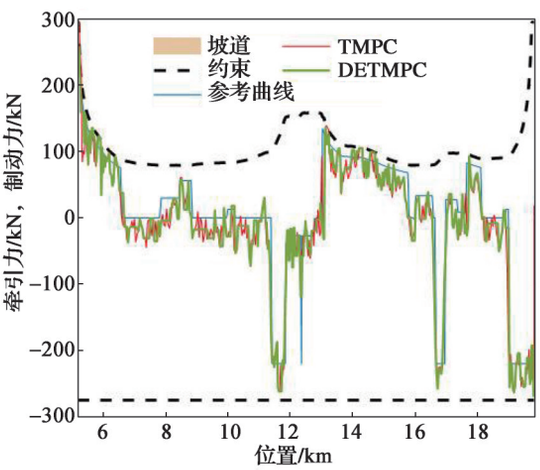
(c) 速度误差 (d) 位置误差

图3 各参数案例仿真结果

Fig. 3 Simulation results for each parameter case



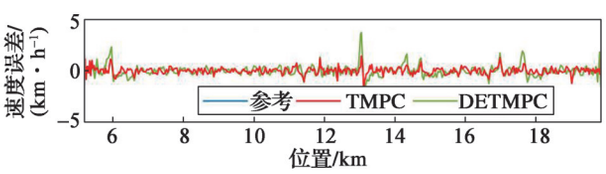
(a) 速度



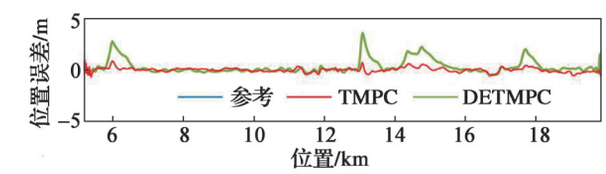
(b) 牵引力/制动力

图4　TMPC和DETMPC仿真结果对比

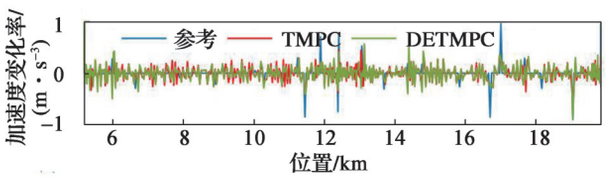
Fig. 4　Comparison of TMPC and DETMPC simulation results



(a) 速度误差



(b) 位置误差



(c) 加速度变化率

图5　TMPC和DETMPC性能曲线对比

Fig. 5　Comparison of TMPC and DETMPC performance curves

表3　TMPC与DETMPC指标对比

Table 3　Comparison of TMPC and DETMPC indexes

评价指标	TMPC	DETMPC
速度误差方均根/(km·h^{-1})	0.351	0.498
位置误差方均根/m	0.622	0.717
加速度变化率方均根/(m·s^{-3})	0.157	0.147
触发次数	495	322

了降低，MPC在线计算量约减小了34.9%。动态事件触发机制减小了MPC求解最优控制序列的频次，进而提升了计算效率，并且在事件未触发时刻，列车的控制力将采用可行的控制输入，列车的运行平稳性也得以提升。

4　结束语

本文引入TMPC处理受外部未知有界扰动影响的列车轨迹跟踪问题，利用N步可达集计算系统Tube不变集，对列车名义系统的运行状态和控制力进行了紧束。在此基础上，考虑到列车车载安全计算机性能受限和资源紧张的问题，结合自适应预测时域方法，基于运行状态误差条件设计了DETMPC控制算法，并通过仿真计算证明了本文的DETMPC在跟踪性能上与TMPC相近，但可以有效降低优化问题的求解次数和控制切换频次，减小了MPC的在线计算量，提高了算法工程应用的可行性。

参考文献：

[1]　张卫华, 缪炳荣. 下一代高速列车关键技术的发展趋势与展望[J]. 机车电传动, 2018(1): 1-5.
ZHANG Weihua, MIAO Bingrong. Development trend and prospect of key technologies for next generation high speed trains[J]. Electric drive for locomotives, 2018(1): 1-5.

[2]　肖家博, 丁荣军, 尚敬. 重载列车关键控制技术研究和展望[J]. 机车电传动, 2019(1): 1-8.
XIAO Jiabo, DING Rongjun, SHANG Jing. Research and prospect of key control technology for heavy-haul trains[J]. Electric drive for locomotives, 2019(1): 1-8.

[3]　YANG Jie, JIA Limin, FU Yunxiao, et al. Speed tracking based energy-efficient freight train control through multi-algorithms combination[J]. IEEE intelligent transportation systems magazine, 2017, 9(2): 76-90.

[4]　CHEN Dewang, CHEN Rong, LI Yidong, et al. Online learning algorithms for train automatic stop control using precise location data of balises[J]. IEEE transactions on intelligent transportation systems, 2013, 14(3): 1526-1535.

[5]　何海兴, 白金磊, 杜凯冰, 等. 基于货运机车ATO运行场景的专家系统PID控制算法应用研究[J]. 机车电传动, 2021(4): 112-118.
HE Haixing, BAI Jinlei, DU Kaibing, et al. Research on ap-

plication of PID control algorithm of expert system based on ATO operation scenario of freight locomotive[J]. Electric drive for locomotives, 2021(4): 112-118.

[6] 李中奇, 杨辉, 刘杰民. 高速动车组自适应速度跟踪控制[J]. 铁道学报, 2015, 37(4): 61-68.
LI Zhongqi, YANG Hui, LIU Jiemin. Adaptive speed tracking control for high-speed electric multiple unit[J]. Journal of the China railway society, 2015, 37(4): 61-68.

[7] 王青元, 吴鹏, 冯晓云, 等. 基于自适应终端滑模控制的城轨列车精确停车算法[J]. 铁道学报, 2016, 38(2): 56-63.
WANG Qingyuan, WU Peng, FENG Xiaoyun, et al. Precise automatic train stop control algorithm based on adaptive terminal sliding mode control[J]. Journal of the China railway society, 2016, 38(2): 56-63.

[8] 杨辉, 刘盼, 李中奇. 基于Elman模型的高速列车速度跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(1): 125-130.
YANG Hui, LIU Pan, LI Zhongqi. Speed tracking control for high-speed train with an Elman model[J]. Control theory & applications, 2017, 34(1): 125-130.

[9] WU Fan, VILLANUEVA M E, HOUSKA B. Ambiguity tube MPC[J]. Automatica, 2022, 146: 110648.

[10] WISCHNEWSKI A, HERRMANN T, WERNER F, et al. A Tube-MPC approach to autonomous multi-vehicle racing on high-speed ovals[J]. IEEE transactions on intelligent vehicles, 2023, 8(1): 368-378.

[11] WISCHNEWSKI A, EULER M, GÜMÜS S, et al. Tube model predictive control for an autonomous race car[J]. Vehicle system dynamics, 2022, 60(9): 3151-3173.

[12] WANG Shimin, SHU Zhan, CHEN Tongwen, et al. Periodic event-based robust output regulation for a class of uncertain linear systems with inter-event analysis[J]. Automatica, 2023, 151: 110899.

[13] ZHOU Zhaodong, ROTHER C, CHEN Jun. Event-triggered model predictive control for autonomous vehicle path tracking: validation using CARLA simulator[J]. IEEE transactions on intelligent vehicles, 2023, 8(6): 3547-3555.

[14] CHEN Jun, YI Zonggen. Comparison of event-triggered model predictive control for autonomous vehicle path tracking[C]//IEEE. 2021 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA). San Diego: IEEE, 2021: 808-813.

[15] ZHAO Hui, DAI Xuewu, ZHANG Qi, et al. Robust event-triggered model predictive control for multiple high-speed trains with switching topologies[J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2020, 69(5): 4700-4710.

[16] GONZALEZ R, FIACCHINI M, ALAMO T, et al. Online robust tube-based MPC for time-varying systems: a practical approach[J]. International journal of control, 2011, 84 (6): 1157-1170.

[17] 李鹏飞. 网络化系统中模型预测控制理论和方法研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2020.
LI Pengfei. Research on theory and method of model predictive control in networked systems[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2020.

[18] JIN Bo, SUN Pengfei, WANG Qingyuan, et al. Two-step method to reduce metro transit energy consumption by optimising speed profile and timetable[J]. IET intelligent transport systems, 2020, 14(9): 1097-1107.

High-speed train trajectory tracking based on event-triggered predictive control

JIN Wenbin[1], ZHANG Jiahui[2], YAO Bailing[2], SUN Pengfei[2], WANG Qingyuan[2]

(1. CRRC Changchun Railway Vehicles Co., Ltd., Changchun, Jilin 130062, China;
2. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: The open operating environment of high-speed trains exposes them to disturbances from external resistances, which are difficult to characterize through modeling. To address this issue, this paper investigates a train model predictive tracking control (TMPC) strategy, with safety, ride comfort and punctuality as the tracking objectives. Firstly, a multi-objective predictive control model with constraints was constructed for high-speed trains, and the Tube invariant set of the system was calculated to tightly constrain train states and control forces. On this basis, in order to reduce the computational workload for solving the optimal control online, a dynamic event-triggered Tube model predictive control (DETMPC) strategy was designed, enabling the optimal control sequence to be solved only when the triggering conditions were satisfied. Furthermore, simulation verification was carried out using Shanghai urban trains running on real tracks. The results show that the control strategy proposed in this paper not only guarantee good tracking performance, but also reduce the frequencies of triggering the model predictive control (MPC), lowering the workload of online calculations significantly.

Keywords: high-speed train; automatic train operation; trajectory tracking; model predictive control; event-triggered control

收稿日期：2024-03-20；修回日期：2024-07-01